### МОДУЛЬ 2: Элементы теории графов

#### Вопросы для подготовки к рубежному контролю

1. Основные понятия теории графов: неориентированные и ориентированные графы, цепи, пути, циклы, контуры. Подграфы.
2. Связность неориентированного графа. Компоненты связности.
3. Связность, сильная и слабая связность орграфа. Компоненты связности (сильной, слабой).
4. Поиск в глубину в неориентированном графе. Древесные и обратные ребра. Поиск фундаментальных циклов на основе поиска в глубину.
5. Поиск в глубину в орграфе. Классификация дуг. Критерий бесконтурности.
6. Поиск в ширину в орграфе и поиск (на основе поиска в ширину) кратчайших расстояний от фиксированной вершины: алгоритм волнового фронта и поиск в ширину в орграфе с числовыми метками дуг.
7. Изоморфизм графов. Группа автоморфизмов графа и ее вычисление.
8. Задача о путях в ориентированном графе, размеченном над полукольцом и ее решение с помощью алгоритма Флойда — Уоршелла — Клини. Задача о достижимости и поиске кратчайших расстояний между двумя узлами графа.

#### Типовые задачи рубежного контроля

1. Орграф задан матрицей меток дуг:

.

Используя поиск в ширину, найти кратчайшие расстояния от источника (вершины v1), Показать изменение содержимого очереди вершин.

1. Для орграфа, используя решение систем линейных уравнений в полукольце **R**+, вычислить матрицу кратчайших расстояний, если орграф задан следующей матрицей меток дуг:

.

1. Для орграфа, используя решение систем линейных уравнений в полукольце **B**, вычислить матрицу достижимости, если орграф задан следующей матрицей смежности вершин:

.

1. Найти группу автоморфизмов неориентированного графа, заданного матрицей смежности вершин.

.

1. Найти порядок группы автоморфизмов изображенного ниже графа



1. Для неориентированного графа, изображенного на рисунке, найти поиском в глубину фундаментальные циклы:

## 

### МОДУЛЬ 2: Регулярные языки и конечные автоматы

#### Вопросы для подготовки к рубежному контролю

1. Алфавит, слово, язык. Операции над языками, полукольцо всех языков в заданном алфавите и его замкнутость.
2. Регулярные языки и регулярные выражения. Полукольцо регулярных языков как полукольцо с итерацией (не являющееся замкнутым).
3. Понятие конечного автомата (КА) и языка, допускаемого КА. Анализ и синтез КА.
4. Теорема Клини о совпадении класса языков, допускаемых КА и класса регулярных языков: теорема о регулярности языка любого КА и теорема о построении КА по произвольному регулярному выражению.
5. Детерминизация КА. Регулярность дополнения регулярного языка и пересечения двух регулярных языков. Проблемы пустоты и эквивалентности.
6. Лемма о разрастании для регулярных языков.

#### Типовые задачи рубежного контроля

1. Построить конечный автомат по регулярному выражению . Детерминизировать и минимизировать его.
2. Написать регулярное выражение для множества цепочек в алфавите , содержащих четное число нулей и четное число единиц.
3. Найти язык, допускаемый конечным автоматом, изображенным на рисунке.



1. Решить следующую систему линейных уравнений с регулярными коэффициентами:



1. Построить конечный автомат, допускающий те и только те цепочки в алфавите {*a*,*b*}, которые не допускает следующий конечный автомат: вход , выход , дуги с метками , , , , . Для построенного автомата записать регулярное выражение, задающее его язык.
2. Задача 7.32 из [ОЛ1].
3. Доказать, что если язык  регулярен, то и язык  для любого  регулярен.
4. Пусть . Доказать, что язык  нерегулярен.
5. При каких *k* язык  в алфавите {*a*} будет регулярным?

### МОДУЛЬ 2: Элементы комбинаторики

1. Формулы включения и исключения (с выводом).
2. Задача о числе сюръекций одного конечного множества на другое.
3. Ладейные полиномы и методы их вычисления (с доказательством основных теорем).
4. Вывод формулы для числа подстановок с запрещенными позициями.
5. Однородные линейные рекуррентные соотношения (ОЛРС) с постоянными коэффициентами. Понятие решения, фундаментальной системы решений (ФСР). Теорема о связи между решениями и начальными условиями.
6. Теорема об общем решении ОЛРС как линейной комбинации фундаментальных решений.
7. Характеристический полином и характеристическое уравнение ОЛРС. Структура общего решения в случае вещественных и комплексных корней характеристического полинома.
8. Неоднородные линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения. Поиск частного решения методом подбора. Принцип суперпозиции (без доказательства).
9. Понятие действия группы на множестве. Стабилизаторы и орбиты. Лемма Бернсайда (с доказательством).
10. Функции разметки. Понятие эквивалентных функций разметки. Структурный перечень функций разметки.
11. Циклический (цикловой) индекс группы. Теорема Пойа (с выводом числа классов эквивалентности, без доказательства утверждения о структурном перечне классов эквивалентности).

# Типовые задачи

1. Сколь много положительных целых чисел, меньших или равных числа 2300, взаимно простых с 700?
2. Найти число ломаных, ведущих из точки  в точку , проходящих через точку  и не проходящих ни через одну из точек , , . Вершины ломаной имеют целые неотрицательные координаты, каждое звено ломаной направлено либо вверх, либо вправо.
3. Найти число всех перестановок из 6 элементов с запрещенными парами: (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (5,4), (5,5), (5,6).
4. Найти общее решение соотношения .
5. Найти решение соотношения при заданных начальных условиях: , , , .
6. Найти общее решение для соотношения .
7. Записать вид общего решения линейного неоднородного рекуррентного соотношения:



1. Найти структурный перечень двухцветных раскрасок правильного пятиугольника.
2. Найти число двухцветных раскрасок 9-клеточной доски.